UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA ECONÓMICA Y CIENCIAS SOCIALES

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA ECONÓMICA

PROBLEMAS DE REPASO DE ALGEBRA LINEAL

1. Sean $\vec{a}, \vec{b}\ y\ \vec{c}$ vectores tales que $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=\bar{0}$,$|\bar{a}|=3$, $|\bar{b}|=1$,$|\bar{c}|=4$ hallar: $\bar{a}.\bar{b}.+\bar{a}.\bar{c}+\bar{b}.\bar{c}$
2. Sean $\vec{a}, \vec{b}\ y\ \vec{c}$ vectores, demostrar que: $(\bar{a}.\bar{c})\bar{b}-(\bar{a}.\bar{b})\bar{c}$ es perpendicular al vector $\bar{a}$
3. Demostrar que: $\bar{b}-\frac{(\bar{a}.\bar{b})}{|a|}\bar{a}$ es perpendicular al vector $\bar{a}$
4. Hallar $2\bar{c}.\bar{d}.$, si $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+\bar{d}=\bar{0}$,$|\bar{a}+\bar{b}|=6$, $|\bar{c}|=3$,$|\bar{d}|=4$
5. Demostrar : $\begin{cases} \bar{a},\ \bar{b}\ \in R^2:\ \bar{a}.\bar{b}=|\bar{a}|\,|\bar{b}|\cos\theta\,, 0<\vartheta<\pi \\ \bar{a},\ \bar{b}\ \in R^3: \|\bar{a}x\bar{b}\|=\|\bar{a}\|\|\bar{b}\|\sin\theta\,, 0<\vartheta<\pi \\ \bar{a},\ \bar{b}\ \in R^3: \|\bar{a}\,x\bar{b}\|^2=\|\bar{a}\|^2\|b\|^2-(\bar{a}.\bar{b})^2 \end{cases}$
6. Sean $\vec{a}, \vec{b}$ vectores de R^3,demostrar que: $\left|\left|\bar{a}x\bar{b}\right|\right| \le \left|\left|\bar{a}\right|\right|\left|\left|\bar{b}\right|\right|$
7. Hallar $\|(3\bar{a}-\bar{b})x(\bar{a}-2\bar{b})\|$,si $\bar{a}$ es ortogonal a $\bar{b}$ y $\|\bar{a}\|=3$, $\|\bar{b}\|=4$
8. Sean $\vec{a}, \vec{b}$ vectores de R^3,demostrar que:

   $$\left|\left|\bar{a}x\bar{b}\right|\right|=\left|\left|\bar{a}\right|\right|\left|\left|\bar{b}\right|\right|\ si\ y\ solo\ si\ \bar{a}\ es\ ortogonal\ a\ \bar{b}$$
9. Sean $\vec{A}, \vec{B}\ y\ \vec{C}$ vectores en R^3, hallar

   $(\bar{A}\,x\,\bar{B})x\bar{C}+(\bar{B}\,x\,\bar{C})x\bar{A}+(\bar{C}\,x\,\bar{A})x\bar{B}+(\bar{A}\,x\,\bar{A})\bullet(\bar{A}\,x\,\bar{B})$
10. Sean $\vec{a}\,, \vec{b}\ y\ \vec{c}$ vectores, determinar si el conjunto $\{\bar{a}x\bar{b}\ ,\ \ \bar{a}\,,\bar{b}\ \}$,es L.D o es L.I
11. Sean $\vec{a}\,, \vec{b}\ y\ \vec{c}$ vectores no paralelos entre si, determinar si el conjunto $\{proy_{\bar{b}}\bar{a}, proy_{\bar{a}}\bar{b}\ ,\ \ proy_{\bar{a}}\bar{c}\ \}$,es L.D o es L.I
12. Si $proy_{\bar{b}}\bar{a}=(7,3,5)$ y $proy_{\bar{a}}\bar{b}=(-8,4,2)$,hallar los vectores $\vec{a}\ \ y\,\vec{b}$
13. Sean $\vec{A}, \vec{B}\ y\ \vec{C}$ vectores en R^3, demostrar

    $(\bar{A}\,x\,\bar{B}).(\bar{C}\,x\,\bar{D})=(\bar{A}.\bar{C})(\bar{B}.\bar{D})-(\bar{A}.\bar{D})(\bar{B}.\bar{C})$
14. Sean $\vec{A}, \vec{B}\ y\ \vec{C}$ vectores en R^3, demostrar: $(\bar{A}\,x\,\bar{B}).(\bar{B}\,x\,\bar{C})x(\bar{C}\,x\,\bar{A})=\left(A.(\bar{B}\,x\,\bar{C})\right)^2$
15. Las aristas de un paralelepípedo son paralelos a los vectores $\vec{a}=(1;0;0), \vec{b}=(2;3;0)\ y\ \vec{c}=(-4;-5;-6)$. Si una de sus diagonales es el vector $\vec{m}=(0;-4;-12)$,hallar el volumen del paralelepípedo.
16. Sean $\vec{a}\,, \vec{b}\ \ los$ vectores,$\bar{a}$=$(2,-1,3)$ y $\bar{b}$=$(4,-1,2)$,expresar $\vec{a}$ como la suma de un vector paralelo a $\vec{b}$ Y un vector ortogonal a $\vec{b}$

17. Hallar la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y cuyo vector normal es $n=\{5;0;-3\}$
18. Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto $M_1(3;4;-5)$ y es paralelo a los dos vectores $a_1=\{3;1;-1\}$ y $a_2=\{1,-2;1\}$
19. Hallar la ecuación del plano que pasa por tres puntos:
$M_1=(3;-1;2), M_2=(4;-1;-1)$ y $M_3=(2;0,2)$
20. Hallar la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los dos planos:
$2x-y+3z-1=0, \quad x+2y+z=0$
21. Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto $M_1(2;-1;1)$ y es perpendicular a los dos planos:
$2x-z+1=0, \quad y=0$
22. Hallar la ecuación del plano que pasa por dos puntos $M_1(1;-1;-2)$ y $M_2(3;1;1)$ y es perpendicular al plano: $x-2y+3z-5=0$
23. La ecuación general del plano $P: Ax+By+Cz+D=0$ y un punto $M=(x_1,y_1,z_1)$,que no pertenece al plano ,demostrar que la distancia del punto M al plano P es dado por

$$d(M,P)=\frac{|Ax_1+By_1+Cz_1+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

24. Hallar la distancia entre las rectas paralelas $\vec{a}$ $L_1=\{P_0+t\vec{a}/t\in R\}, L_2=\{Q_0+s\vec{b}/s\in R\}$,si $\vec{a}=s\vec{b}$
25. Hallar la distancia entre dos rectas que se cruzan
26. Hallar los puntos de intersección de la recta

$$\begin{cases} 2x+y-z-3=0, \\ x+y+z-1=0 \end{cases}$$

Con los planos coordenados
27. Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $M_1(1;-1;-3)$ y es paralela
   a) Al vector $a=\{2,-3;4\}$
   b) A la recta $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z+1}{0}$
   c) A la recta $x=3t-1, y=-2t+3, z=5t+2$
28. Hallar el punto de intersección de la recta y el plano:

$$L: \frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{6}, \quad P: 2x+3y+z-1=0$$

29. Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto $M_0(1;-1;-1)$ y es perpendicular a la recta
$\frac{x+3}{2}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+2}{4}$

30. ¿Para qué valor de m la recta $\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{m}=\frac{z+3}{-2}$ es paralela al plano $x-3y+6z+7=0$

31. ¿Para qué valores de A y B el plano $Ax+By+3z-5=0$ es perpendicular a la recta
$x=3+2t,\ y=5-3t,\ z=-2-2t$

32. ¿Para qué valores de l y C la recta $\frac{x-2}{l}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-5}{-3}$ es perpendicular al plano $3x-2y+Cz+1=0$

33. Hallar la proyección del punto $P(2;-1;3)$ sobre la recta $x=3t,\ y=5t-7,\ z=2t+2$

34. Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto $M_1(1;2;-3)$ y es paralelo a las rectas
$\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-7}{3},\quad \frac{x+5}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+3}{-1}$

35. Hallar la ecuación del plano que pasa por la recta $x=2t+1,\ y=-3t+2,\ z=2t-3$ y por el punto
$M_1(2;-2;1)$

36. Demostrar que las rectas $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-5}{4}$ y $x=3t+7,\ \ y=2t+2,\ \ z=-2t+1$ están en un plano y hallar la ecuación de este plano.

37. Hallar la ecuación del plano que pasa por la recta $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-2}{2}$ y es perpendicular al plano
$3x+2y-z-5=0$

38. Hallar la proyección ortogonal de la recta $L_1=\{(2+t,1-3t,-5t)/t\in R\}$ sobre el plano
$P_1: 2x-y+z=1$

39. Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto $Q=(3,4,1)$ y es ortogonal a los planos
$P_1: x-y=4$ y $P_2: x+z=6$

40. Hallar un punto simétrico a $M(3;2;1)$,con respecto a la recta $L=\{(1+2t,2+3t,1+2t\sqrt{3})/t\in R\}$

41. Hallar la longitud de la proyección del segmento determinado por $P=(1,2,3)$ y $Q=(2,1,2)$,sobre la recta $L=\{(1,3+3t,1+4t)/t\in R\}$

42. Hallar los puntos sobre la recta $L=\{(x,y,z)/x=y=z\}$,tales que junto con el punto $P=(0,0,2)$ Determina un triángulo equilátero